

Matemáticas Aplicadas

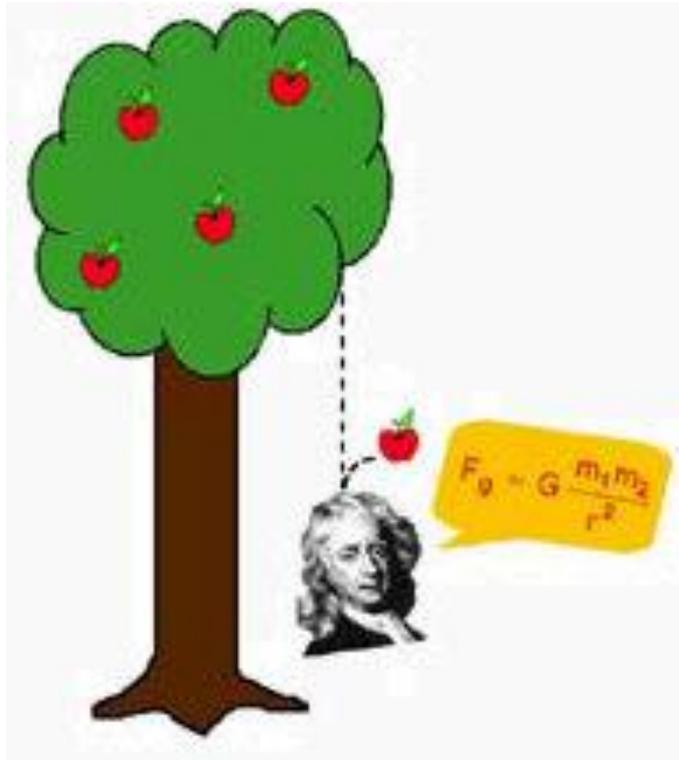
para Diseño de Videojuegos

5. Cinemática y motores de física

Por qué la física en los videojuegos?

- Necesitamos movimientos realistas !!!

Newton...



Leyes de Newton

1. **Ley de inercia**, Los objetos tienden a seguir a la misma velocidad y en la misma dirección.
2. $F = ma$
3. **Ley de acción y reacción**, si un objeto A ejerce una fuerza sobre un objeto B, entonces el objeto B ejerce exactamente la misma fuerza sobre el objeto A, pero en sentido contrario.

Cinemática

- Descripción del movimiento a partir de las magnitudes físicas:

- Posición.
- Velocidad.
- Aceleración.



- Se dice que un cuerpo se mueve cuando cambia su posición respecto a la de otros
 - El movimiento es relativo del observador.

Velocidad

Suponga que en cierto instante t_1 , una partícula se encuentra en su posición definida por el vector de posición \vec{r}_1 y luego en el instante t_2 , con su posición definida por \vec{r}_2 . El intervalo de tiempo que ha transcurrido es $\Delta t = t_2 - t_1$ y el desplazamiento que ha efectuado la partícula es $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Se denomina velocidad media por $\langle \vec{v} \rangle$ y queda definida por:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \left[\frac{m}{s} \right]$$

Aceleración

Considere que en los instantes t_1 y t_2 , las velocidades instantáneas de la partícula son \vec{v}_1 y \vec{v}_2 . Es decir, en el intervalo de tiempo Δt , la partícula sufre una variación de velocidad $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Por lo tanto, la aceleración media o variación temporal media de la velocidad es dada por

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

$$\left[\frac{m/s}{s} \right] \rightarrow \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Tipos de movimientos

- Movimiento Rectilíneo Uniforme.
- Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado.
- Caída Libre.

Movimiento Rectilíneo Uniforme.

$$\vec{X} = \vec{X}_0 + \vec{V}t.$$

➤ Galileo:

«Por movimiento igual o uniforme entiendo aquél en el que los espacios recorridos por un móvil en tiempos iguales, tómense como se tomen, resultan iguales entre sí»

➤ Es un movimiento con velocidad constante.

$$\vec{V} = \langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{X}}{\Delta t} = \text{CONSTANTE.}$$

Movimiento Rectilíneo Uniforme.

Como $\Delta t = t_2 - t_1$ y $\Delta \vec{X} = \vec{X}_2 - \vec{X}_1$;

$$\vec{v} = \frac{\vec{X}_2 - \vec{X}_1}{t_2 - t_1}, \text{ es decir}$$

$$\vec{X}_2 = \vec{X}_1 + \vec{v}(t_2 - t_1).$$

$$\vec{X} = \vec{X}_0 + \vec{v}t.$$

Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado.

- Movimiento en una dirección y con aceleración constante:
 - En cada intervalo de tiempo la velocidad aumenta constantemente.

$$\langle a \rangle = a = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}.$$

$$\vec{X} = \vec{X}_0 + \vec{V}_0 t + \frac{1}{2} a t^2,$$

Caída Libre

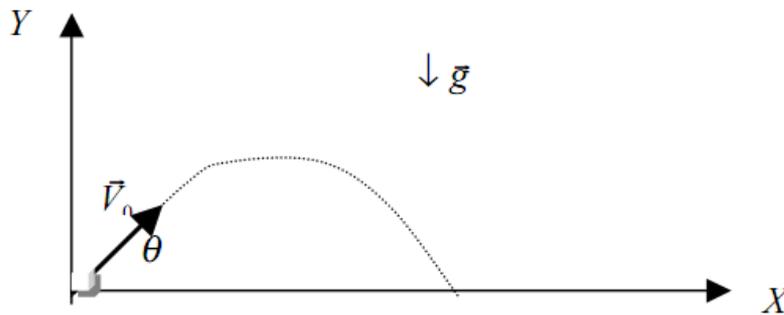
- Es un caso particular del movimiento uniforme acelerado, donde la aceleración corresponde a la gravedad.

$$a = -9,8m/s^2 \quad x_0 = h_0 \quad v_0 = 0$$

- La aceleración es negativa, ya que la atracción es hacia abajo, y por lo mismo la altura inicial desde que es lanzada es positiva. Además, la velocidad a la que es lanzada es 0, ya que el cuerpo se suelta.

$$h = h_0 - 4,9t^2.$$

Composición del movimiento

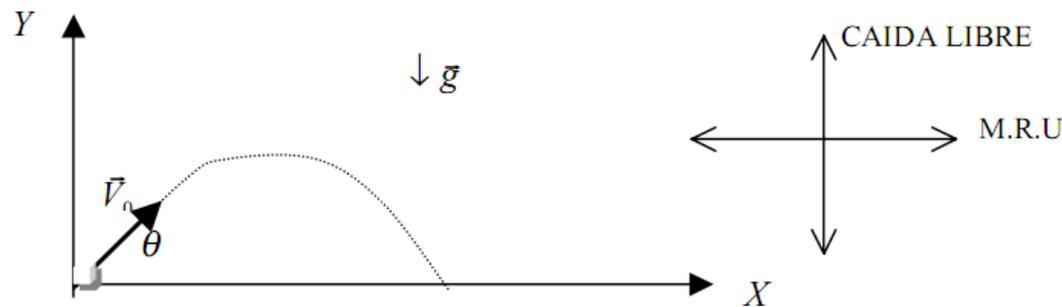


- El vector de velocidad, en 2 dimensiones, se compone de una velocidad en “x” y una velocidad en “y”, así utilizando trigonometría podemos determinar estas velocidades.

$$V_x = V \cos \theta$$

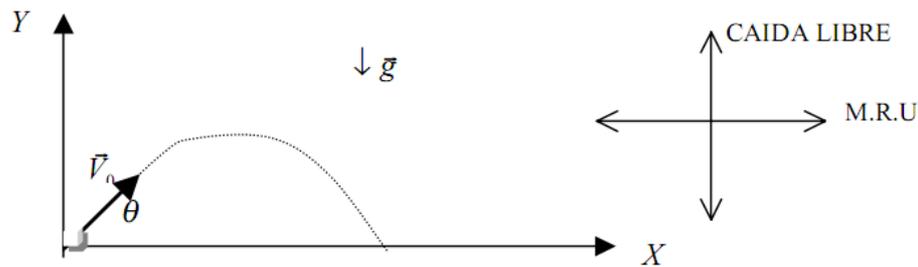
$$V_y = V \operatorname{sen} \theta$$

Movimiento parabólico



- Si observamos el movimiento parabólico, éste tiene un movimiento de caída libre en la vertical, y un movimiento rectilíneo uniforme en la horizontal.

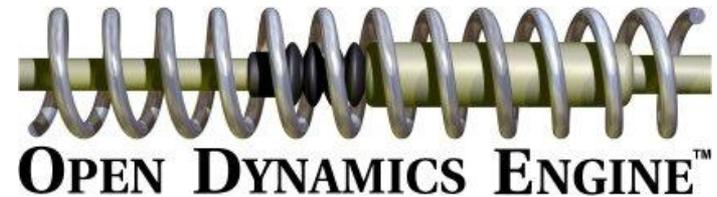
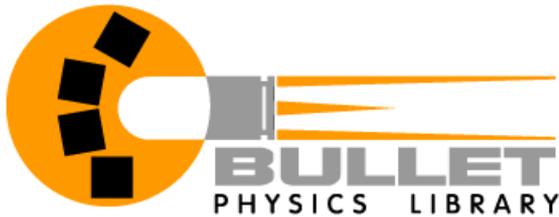
Movimiento parabólico



$$\text{Eje X (M.R.U.): } X = X_0 + V_{0X}t \quad \} \quad X = X_0 + V_0 \cos(\theta)t$$

$$\text{Eje Y (Caída libre): } Y = Y_0 + V_{0Y}t - \frac{1}{2}g \cdot t^2 \quad \} \quad Y = V_0 \text{ sen}(\theta)t - \frac{1}{2}g \cdot t^2.$$

Motor de Física



Simula modelos de física, utilizando variables de tipo velocidad, masa, etc.

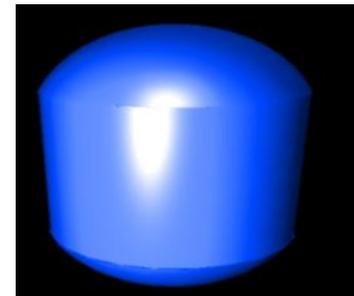
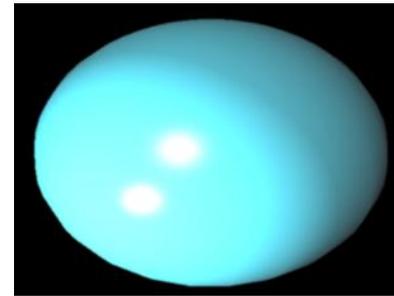
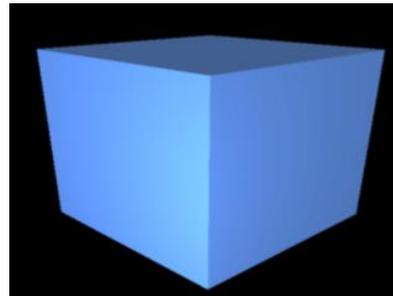
Motor de física

- Los motores de física utilizan “cuerpos rígidos” para simular la física. Estos presentan como propiedades: masa, densidad y las propiedades geométricas de la malla.
- Estos cuerpos rígidos se dividen en 2 tipos:
 - Estáticos
 - Dinámicos



Motor de Física

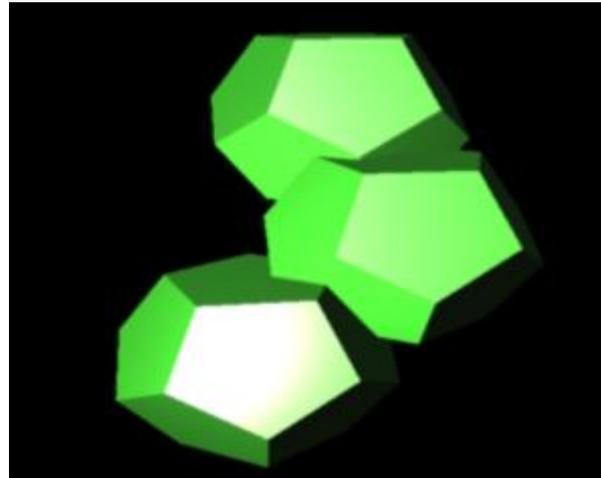
- Como se requiere mucho procesamiento trabajar con cada uno de los polígonos de una malla 3D, lo que se hace es representarlo como una primitiva 3D:
 - Box
 - Sphere
 - Capsule



- Así la matemática es mucho más simples.

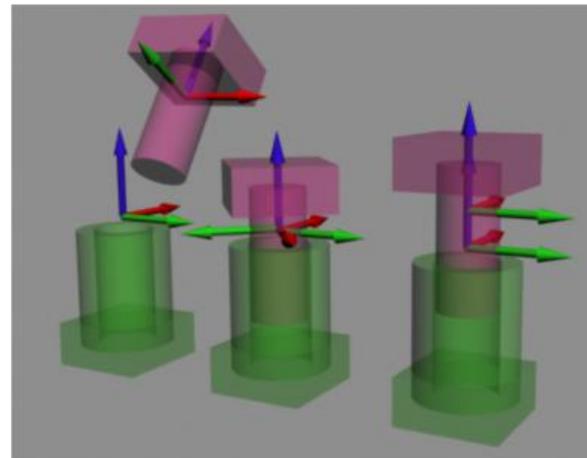
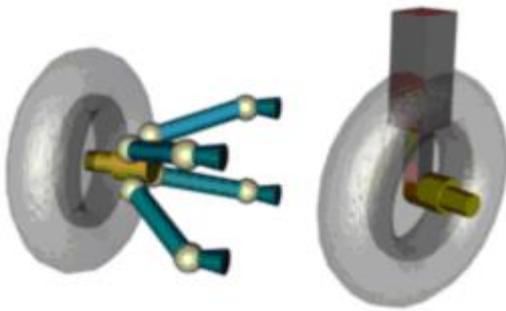
Motor de Física

- Pero como cada vez queremos más realismo: por ejemplo si una malla es impactada en un punto, en ese punto debería haber una deformación, entonces los motores de física modernos también traen la característica de trabajarlo como malla.



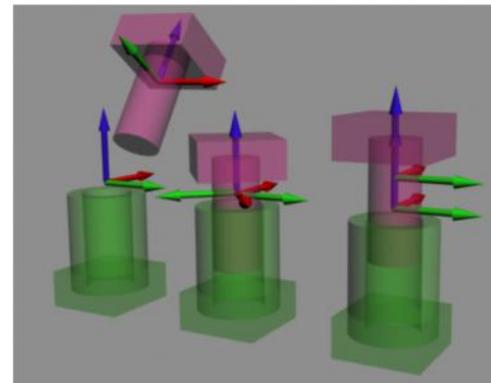
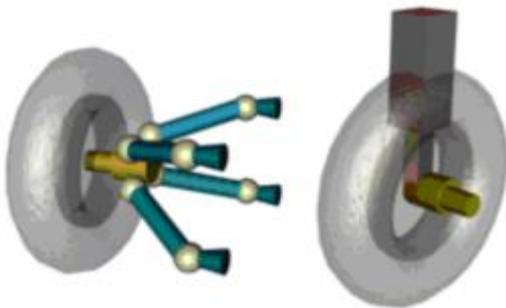
Motor de Física

- Para unir una malla con otra, lo que se utiliza son los llamados “joins”.
- Imaginemos los amortiguadores de un automóvil, o la unión en un balancín.



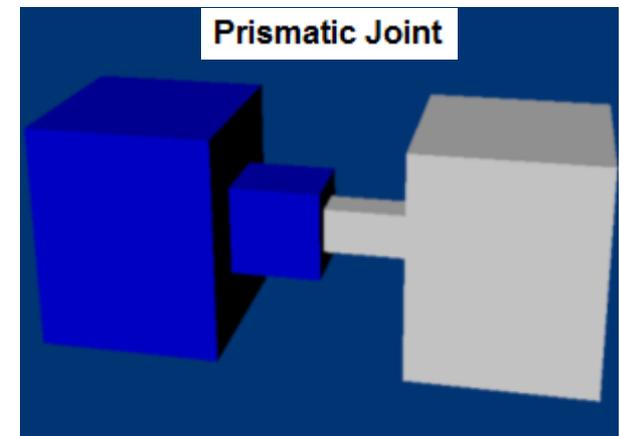
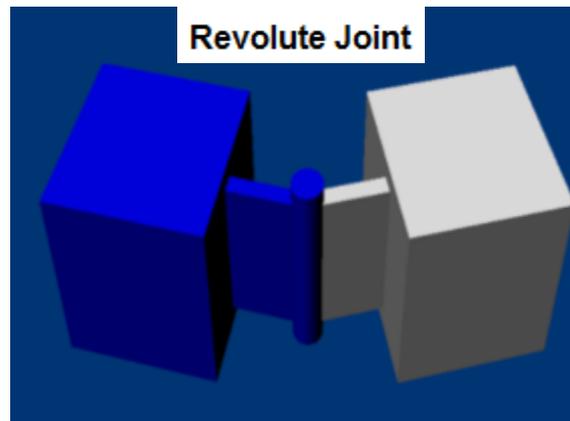
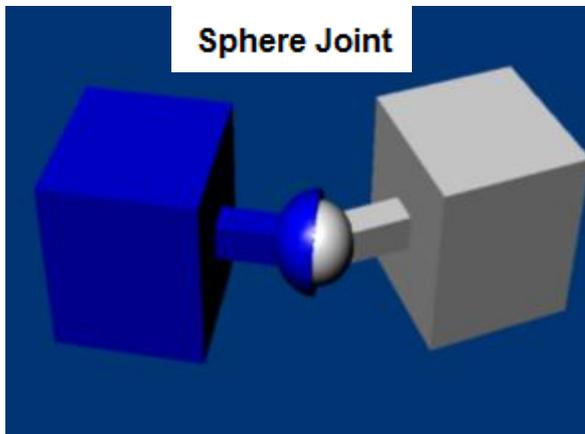
Motor de Física

- Para unir una malla con otra, lo que se utiliza son los llamados “joins”.
- Imaginemos los amortiguadores de un automóvil, la unión en un balancín o una bisagra de una puerta.



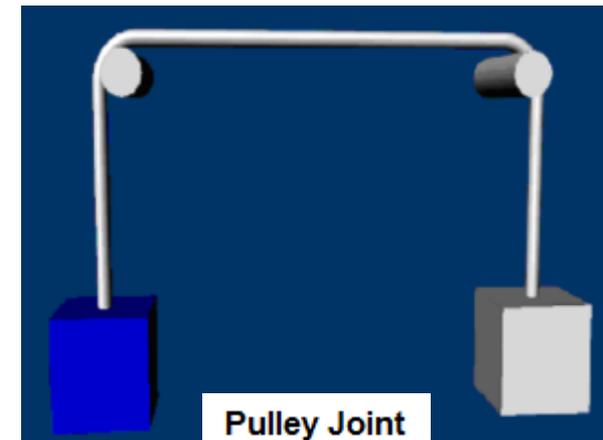
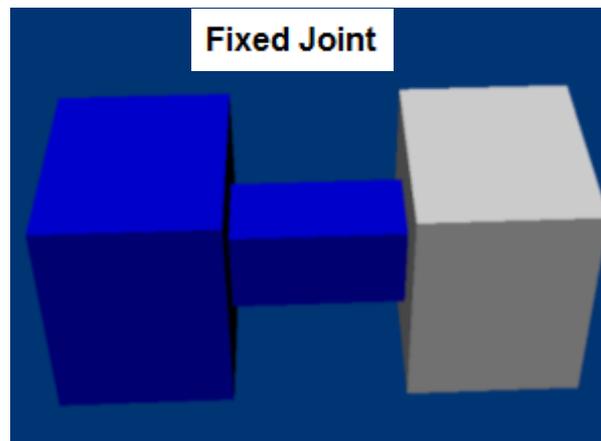
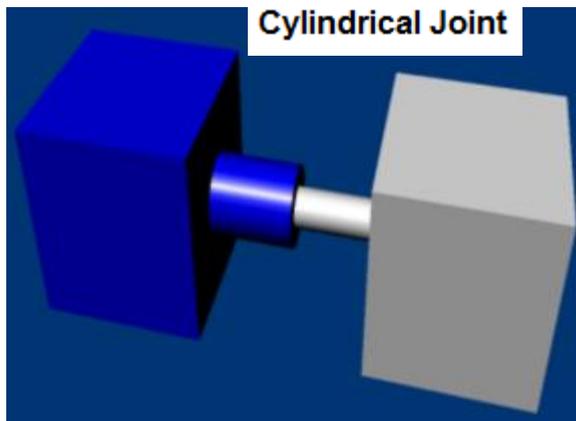
Motor de Física

- Como tenemos distintos tipos de uniones en el mundo real, podemos diferenciarlos en:



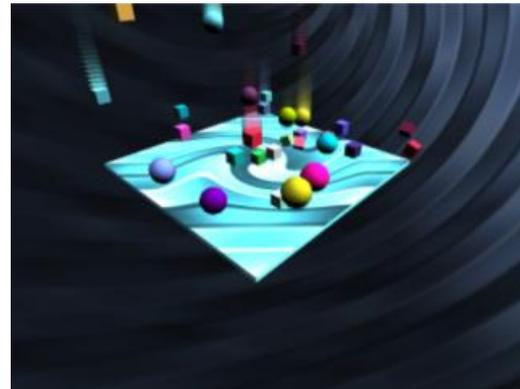
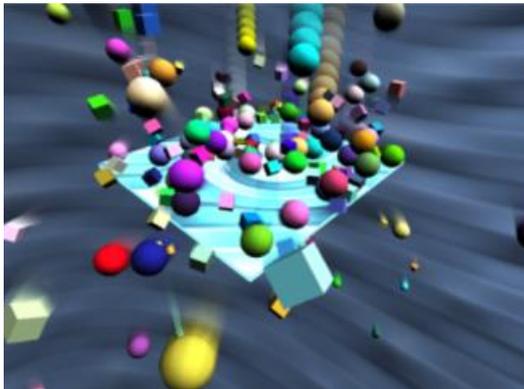
Motor de Física

- Como tenemos distintos tipos de uniones en el mundo real, podemos diferenciarlos en:



Motor de Física

- Como dijimos anteriormente entre los cuerpos rígidos contamos con los cuerpos que tienen dinámica, estos son cuerpos que se les puede aplicar una fuerza, y según la forma éste va a reaccionar de distinta manera:
- Una pelota rebotará de distinta manera que una caja.



Tarea

- Utilizando los movimientos vistos en clases, modelen el movimiento de una pelota. Para esto utilicen el llamado coeficiente de rebote, el cual es un valor entre 0.0 y 1.0 que indica cuanto rebotará la pelota tomando en cuenta el rebote anterior.
- Analicen distintos tipos de rebotes de pelotas en videojuegos 2D, y cómo debería cambiar el coeficiente de rebote. Revisen videojuegos de basquetball, tennis, futbol, etc.